

## 1.- DATOS DE LA ASIGNATURA

Nombre de la asignatura:	<b>Cálculo Diferencial</b>
Carrera:	<b>Todas las Carreras</b>
Clave de la asignatura:	<b>ACF-0901</b>
(Créditos) SATCA <sup>1</sup>	<b>3 - 2 - 5</b>

## 2.- PRESENTACIÓN

### **Caracterización de la asignatura.**

La característica más sobresaliente de esta asignatura es que en ella se estudian los conceptos sobre los que se construye todo el Cálculo: números reales, variable, función y límite.

Utilizando estos tres conceptos se establece uno de los esenciales del Cálculo: la derivada, concepto que permite analizar razones de cambio entre dos variables, noción de trascendental importancia en las aplicaciones de la ingeniería.

Esta asignatura contiene los conceptos básicos y esenciales para cualquier área de la ingeniería y contribuye a desarrollar en el ingeniero un pensamiento lógico, formal, heurístico y algorítmico.

En el Cálculo diferencial el estudiante adquiere los conocimientos necesarios para afrontar con éxito cálculo integral, cálculo vectorial, ecuaciones diferenciales, asignaturas de física y ciencias de la ingeniería. Además, encuentra, también, los principios y las bases para el modelado matemático.

### **Intención didáctica.**

La unidad uno se inicia con un estudio sobre el conjunto de los números reales y sus propiedades básicas. Esto servirá de sustento para el estudio de las funciones de variable real, tema de la unidad dos.

En la tercera unidad se introduce el concepto de límite de una sucesión, caso particular de una función de variable natural. Una vez comprendido el límite de una sucesión se abordan los conceptos de límite y continuidad de una función de variable real.

En la unidad cuatro, a partir de los conceptos de incremento y razón de cambio, se desarrolla el concepto de derivada de una función continua de variable real. También se estudian las reglas de derivación más comunes.

Finalmente, en la quinta unidad se utiliza la derivada en la solución de problemas de razón de cambio y optimización (máximos y mínimos).

---

<sup>1</sup> Sistema de asignación y transferencia de créditos académicos

### 3.- COMPETENCIAS A DESARROLLAR

Competencias específicas	Competencias genéricas
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprender las propiedades de los números reales para resolver desigualdades de primer y segundo grado con una incógnita y desigualdades con valor absoluto, representando las soluciones en la recta numérica real.</li> <li>• Comprender el concepto de función real e identificar tipos de funciones, así como aplicar sus propiedades y operaciones.</li> <li>• Comprender el concepto de límite de funciones y aplicarlo para determinar analíticamente la continuidad de una función en un punto o en un intervalo y mostrar gráficamente los diferentes tipos de discontinuidad.</li> <li>• Comprender el concepto de derivada para aplicarlo como la herramienta que estudia y analiza la variación de una variable con respecto a otra.</li> <li>• Aplicar el concepto de la derivada para la solución de problemas de optimización y de variación de funciones y el de diferencial en problemas que requieren de aproximaciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Procesar e interpretar datos.</li> <li>• Representar e interpretar conceptos en diferentes formas: numérica, geométrica, algebraica, trascendente y verbal.</li> <li>• Comunicarse en el lenguaje matemático en forma oral y escrita.</li> <li>• Modelar matemáticamente fenómenos y situaciones.</li> <li>• Pensamiento lógico, algorítmico, heurístico, analítico y sintético.</li> <li>• Potenciar las habilidades para el uso de tecnologías de información.</li> <li>• Resolución de problemas.</li> <li>• Analizar la factibilidad de las soluciones.</li> <li>• Optimizar soluciones.</li> <li>• Toma de decisiones.</li> <li>• Reconocimiento de conceptos o principios integradores.</li> <li>• Argumentar con contundencia y precisión.</li> </ul>

### 4.- HISTORIA DEL PROGRAMA

Lugar y fecha de elaboración o revisión	Participantes	Observaciones (cambios y justificación)
<b>Cd. de Matamoros, Tamaulipas del 9 al 13 de Marzo de 2009.</b>	Representantes de los Institutos Tecnológicos de León, Matamoros, Mérida y Milpa Alta.	Definición de los temarios.
<b>Cd. de Puebla, Puebla del 8 al 12 de junio del 2009</b>	Representantes de los Institutos Tecnológicos de León, Matamoros, Mérida y Milpa Alta.	Consolidación de los temarios.

## 5.- OBJETIVO(S) GENERAL(ES) DEL CURSO (competencia específica a desarrollar en el curso)

Plantear y resolver problemas que requieren del concepto de función de una variable para modelar y de la derivada para resolver.

## 6.- COMPETENCIAS PREVIAS

- Manejar operaciones algebraicas.
- Resolver ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita.
- Resolver ecuaciones simultaneas con dos incógnitas.
- Manejar razones trigonométricas e identidades trigonométricas.
- Identificar los lugares geométricos que representan rectas ó cónicas.

## 7.- TEMARIO

Unidad	Temas	Subtemas
1	Números reales.	1.1 La recta numérica. 1.2 Los números reales. 1.3 Propiedades de los números reales. 1.3.1 Tricotomía. 1.3.2 Transitividad. 1.3.3 Densidad. 1.3.4 Axioma del supremo. 1.4 Intervalos y su representación mediante desigualdades. 1.5 Resolución de desigualdades de primer grado con una incógnita y de desigualdades cuadráticas con una incógnita. 1.6 Valor absoluto y sus propiedades. 1.7 Resolución de desigualdades que incluyan valor absoluto.

**TEMARIO (continuación).**

<b>Unidad</b>	<b>Temas</b>	<b>Subtemas</b>
2	Funciones.	2.1 Concepto de variable, función, dominio, condominio y recorrido de una función. 2.2 Función inyectiva, suprayectiva y biyectiva 2.3 Función real de variable real y su representación gráfica. 2.4 Funciones algebraicas: función polinomial, racional e irracional. 2.5 Funciones trascendentes: funciones trigonométricas y funciones exponenciales. 2.6 Función definida por más de una regla de correspondencia. función valor absoluto. 2.7 Operaciones con funciones: adición, multiplicación, composición. 2.8 Función inversa. Función logarítmica. Funciones trigonométricas inversas. 2.9 Funciones con dominio en los números naturales y recorrido en los números reales: las sucesiones infinitas. 2.10 Función implícita.
3	Límites y continuidad.	3.1 Límite de una sucesión. 3.2 Límite de una función de variable real. 3.3 Cálculo de límites. 3.4 Propiedades de los límites. 3.5 Límites laterales. 3.6 Límites infinitos y límites al infinito. 3.7 Asíntotas. 3.8 Funciones continuas y discontinuas en un punto y en un intervalo. 3.9 Tipos de discontinuidades.
4	Derivadas.	4.1 Conceptos de incremento y de razón de cambio. La derivada de una función. 4.2 La interpretación geométrica de la derivada. 4.3 Concepto de diferencial. Interpretación geométrica de las diferenciales. 4.4 Propiedades de la derivada. 4.5 Regla de la cadena. 4.6 Fórmulas de derivación y fórmulas de diferenciación. 4.7 Derivadas de orden superior y regla L'Hôpital. 4.8 Derivada de funciones implícitas.

## TEMARIO (continuación)

Unidad	Temas	Subtemas
5	Aplicaciones de la derivada.	5.1 Recta tangente y recta normal a una curva en un punto. Curvas ortogonales. 5.2 Teorema de Rolle, teorema de Lagrange o teorema del valor medio del cálculo diferencial. 5.3 Función creciente y decreciente. Máximos y mínimos de una función. Criterio de la primera derivada para máximos y mínimos. Concavidades y puntos de inflexión. Criterio de la segunda derivada para máximos y mínimos. 5.4 Análisis de la variación de funciones 5.5 Cálculo de aproximaciones usando la diferencial. 5.6 Problemas de optimización y de tasas relacionadas.

## 8.- SUGERENCIAS DIDÁCTICAS (desarrollo de competencias genéricas)

- Con el dominio de los conceptos y con el conocimiento de la historia del cálculo, el profesor abordará los temas de manera tal que propicie en el alumno el trabajo cooperativo y la aplicación de dichos conceptos a través de la experimentación y el modelado logrando con ello la realización de las tareas programadas para el desarrollo de la competencia.
- Despertar la curiosidad de la investigación con anécdotas o problemas hipotéticos con el fin de acrecentar el sentido y la actitud crítica del estudiante.
- Utilizar software de matemáticas y calculadoras graficadoras para facilitar la comprensión de conceptos, la resolución de problemas y la interpretación de resultados.
- Desarrollar prácticas de tal manera que los estudiantes apliquen los conocimientos adquiridos y los relacionen con su carrera.
- Proponer problemas que:
  - Permitan al estudiante la integración de los contenidos, para su análisis y solución.
  - Refuercen la comprensión de conceptos que serán utilizados en materias posteriores.
  - Modelen y resuelvan situaciones reales mediante conceptos propios de la asignatura.
  - Contribuyan a investigar sobre la extensión y profundidad de los conceptos.

- Discutir en grupos para intercambiar ideas argumentadas así como analizar conceptos y definiciones.
- Desarrollar la inducción, deducción, síntesis y análisis para fomentar las cualidades de investigación.

## 9.- SUGERENCIAS DE EVALUACIÓN

- Evidencias de aprendizaje: Reportes escritos, solución de ejercicios extra clase, actividades de investigación, elaboración de modelos o prototipos, análisis y discusión grupal.
- Resolución de problemas con apoyo de software.
- Ejercicios en clase.
- Exámenes escritos.

## 10.- UNIDADES DE APRENDIZAJE

### Unidad 1: Números reales.

Competencia específica a desarrollar	Actividades de Aprendizaje
<p>Comprender las propiedades de los números reales para resolver desigualdades de primer y segundo grado con una incógnita y desigualdades con valor absoluto, representando las soluciones en la recta numérica real.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• .Construir el conjunto de los números reales a partir de los naturales, enteros, racionales e irracionales y representarlos en la recta numérica.</li> <li>• Plantear situaciones en las que se reconozca las propiedades básicas de los números reales: orden, tricotomía, transitividad, densidad y el axioma del supremo.</li> <li>• Representar subconjuntos de números reales a través de intervalos y representarlos gráficamente en la recta numérica.</li> <li>• Resolver desigualdades de primer grado con una incógnita.</li> <li>• Resolver desigualdades de segundo grado con una incógnita.</li> <li>• Resolver desigualdades con valor absoluto y representar la solución en la recta numérica.</li> </ul>

## Unidad 2: Funciones.

Competencia específica a desarrollar	Actividades de Aprendizaje
Comprender el concepto de función real y tipos de funciones, así como estudiar sus propiedades y operaciones.	<ul style="list-style-type: none"><li>• .Identificar, cuándo una relación es una función entre dos conjuntos.</li><li>• Identificar el dominio, el codominio y el recorrido de una función.</li><li>• Reconocer cuándo una función es inyectiva, suprayectiva o biyectiva.</li><li>• Representar una función real de variable real en el plano cartesiano. (gráfica de una función).</li><li>• Construir funciones algebraicas de cada uno de sus tipos.</li><li>• Construir funciones trascendentes, trigonométricas circulares y funciones exponenciales haciendo énfasis en las de base e.</li><li>• Reconocer las gráficas de las funciones trigonométricas circulares y gráficas de funciones exponenciales de base e.</li><li>• Graficar funciones con más de una regla de correspondencia.</li><li>• Graficar funciones que involucren valores absolutos.</li><li>• Realizar las operaciones de suma, resta, multiplicación, división y composición de funciones.</li><li>• Reconocer el cambio gráfico de una función cuando ésta se suma con una constante.</li><li>• Mediante un ejercicio utilizar el concepto de función biyectiva para determinar si una función tiene inversa, obtenerla, y comprobar a través de la composición que la función obtenida es la inversa.</li><li>• Identificar la relación entre la gráfica de una función y la gráfica de su inversa.</li><li>• Proponer funciones con dominio en los números naturales y recorrido en los números reales.</li></ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantear diversos arreglos ordenados de números reales y reconocer cuáles de ellos corresponden a una sucesión.</li> </ul> <p>A partir de ecuaciones reconocer funciones que implícitamente estén contenidas en ellas.</p>
--	---

### Unidad 3: Límite y continuidad.

<b>Competencia específica a desarrollar</b>	<b>Actividades de Aprendizaje</b>
<p>Comprender el concepto de límite de funciones y aplicarlo para determinar analíticamente la continuidad de una función en un punto o en un intervalo y mostrar gráficamente los diferentes tipos de discontinuidad.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proponer una sucesión de tipo geométrico o una progresión aritmética o geométrica y determinar el valor al que converge la sucesión cuando la variable natural tiende a infinito.</li> <li>• Extrapolar el concepto de límite de una función de variable natural al de una función de variable real.</li> <li>• Calcular “de manera práctica” el límite de una función (sustituyendo directamente el valor al que tiende la variable).</li> <li>• Calcular el límite de una función utilizando las propiedades básicas de los límites.</li> <li>• Plantear una función que requiere para el cálculo de un límite, el uso de límites laterales.</li> <li>• Identificar límites infinitos y límites al infinito.</li> <li>• Reconocer a través del cálculo de límites, cuándo una función tiene asíntotas verticales y/o cuándo asíntotas horizontales.</li> <li>• Plantear funciones donde se muestre analítica y gráficamente diferentes tipos de discontinuidad</li> </ul>

#### Unidad 4: Derivadas.

<b>Competencia específica a desarrollar</b>	<b>Actividades de Aprendizaje</b>
Comprender el concepto de derivada para aplicarlo como la herramienta que estudia y analiza la variación de una variable con respecto a otra.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Mostrar con una situación real el concepto de incremento de una variable.</li><li>• Reconocer el cociente de incrementos de dos variables como una razón de cambio.</li><li>• Reconocer a la derivada como el límite de un cociente de incrementos.</li><li>• Mostrar que el valor de la pendiente de la tangente a una curva en un punto se puede obtener calculando la derivada de la función que corresponde a la curva en dicho punto.</li><li>• Mostrar con una situación física o geométrica el concepto de incremento de una variable.</li><li>• Mostrar gráficamente las diferencias entre <math>\Delta x</math> y <math>dx</math> así como entre <math>\Delta y</math> y <math>dy</math>.</li><li>• Definir la diferencial de la variable dependiente en términos de la derivada de una función.</li><li>• Demostrar, recurriendo a la definición, la derivada de la función constante y de la función identidad.</li><li>• Calcular derivadas de funciones de la forma <math>f(x)=x^n</math>.</li><li>• Reconocer las propiedades de la derivada y aplicarlas para el cálculo de funciones.</li><li>• Plantear una expresión en la que se tenga una función de función y calcular la derivada mediante el uso de la regla de la cadena.</li><li>• Reconocer la fórmula que debe usarse para calcular la derivada de una función y obtener la función derivada.</li><li>• Calcular la diferencial haciendo uso de fórmulas de derivación.</li><li>• Establecer una función que requiera para el cálculo de su derivada el uso de derivadas laterales.</li><li>• Calcular la derivada de funciones definidas por más de una regla de correspondencia.</li><li>• Graficar la función derivada.</li></ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcular las derivadas de orden superior de una función.</li> <li>• Reconocer, en el cálculo de límites, una forma indeterminada de “tipo L’Hôpital”.</li> <li>• Aplicar el teorema de L’Hôpital para evitar indeterminaciones.</li> </ul>
--	---

## Unidad 5: Aplicaciones de la derivada

<b>Competencia específica a desarrollar</b>	<b>Actividades de Aprendizaje</b>
<p>Aplicar el concepto de la derivada para la solución de problemas de optimización y de variación de funciones y el de diferencial en problemas que requieren de aproximaciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar la derivada para calcular la pendiente de rectas tangentes a una curva en puntos dados.</li> <li>• Aplicar la relación algebraica que existe entre las pendientes de rectas perpendiculares para calcular, a través de la derivada, la pendiente de la recta normal a una curva en un punto.</li> <li>• Determinar si dos curvas son ortogonales en su punto de intersección.</li> <li>• Aplicar el teorema de Rolle en funciones definidas en un cierto intervalo y explicar su interpretación geométrica.</li> <li>• Aplicar el teorema del valor medio del cálculo diferencial en funciones definidas en un cierto intervalo y explicar su interpretación geométrica.</li> <li>• Determinar, a través de la derivada, cuándo una función es creciente y cuándo decreciente en un intervalo.</li> <li>• Obtener los puntos críticos de una función.</li> <li>• Explicar los conceptos de punto máximo, punto mínimo y punto de inflexión de una función.</li> <li>• Determinar cuándo un punto crítico es un máximo o un mínimo o un punto de inflexión (criterio de la primera derivada).</li> <li>• Explicar la diferencia entre máximos y mínimos relativos y máximos y mínimos absolutos de una función en un intervalo.</li> <li>• Mostrar la importancia del teorema de Rolle para la existencia de un máximo o de un mínimo en un intervalo.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mostrar, a través de la derivada, cuándo una función es cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo.</li> <li>• Determinar, mediante el criterio de la segunda derivada, los máximos y los mínimos de una función.</li> <li>• Analizar en un determinado intervalo las variaciones de una función dada: creciente, decreciente, concavidades, puntos máximos, puntos mínimos, puntos de inflexión y asíntotas.</li> <li>• Resolver problemas de tasas relacionadas.</li> <li>• Resolver problemas de optimización planteando el modelo correspondiente y aplicando los métodos del cálculo diferencial.</li> <li>• Resolver problemas de aproximación haciendo uso de las diferenciales.</li> </ul>
--	---

## 11.- FUENTES DE INFORMACIÓN

1. Larson, Ron. *Matemáticas 1 (Cálculo Diferencial)*, McGraw-Hill, 2009.
2. Purcell, Edwin J. *Cálculo*, Editorial Pearson, 2007.
3. Ayres, Frank. *Cálculo*, McGraw-Hill, 2005.
4. Leithold, Louis. *El Cálculo con Geometría Analítica*, Editorial Oxford University Press, 2009.
5. Granville, William A. *Cálculo Diferencial e Integral*, Editorial Limusa, 2009.
6. Hasser, Norman B. *Análisis matemático Vol. 1*, Editorial Trillas, 2009.
7. Courant, Richard. *Introducción al cálculo y análisis matemático Vol. I*, Editorial Limusa, 2008.

## 12.- PRÁCTICAS PROPUESTAS

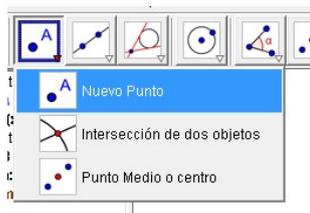
- Mediante el uso de un software identificar la interpretación geométrica de la derivada y, a través de la graficación, localizar los máximos, mínimos y puntos de inflexión de una función, así como los intervalos de su crecimiento, decrecimiento y concavidad.

**Ejemplo:** En la siguiente práctica el alumno será capaz de explicar el comportamiento de la derivada y su gráfica, además, de explicar qué sucede en el trayecto de la función, es decir, un análisis completo de la función. Esto lo realizará con ayuda del software educativo **GEOGEBRA**.

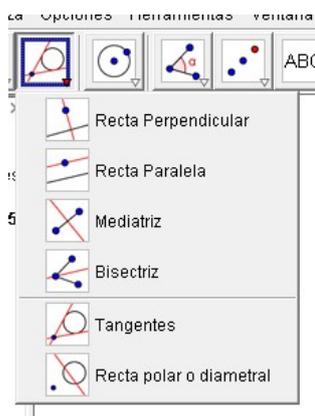
1. Coloca el cursor en el ícono **entrada** y escribe una función cualquiera.



2. Selecciona el ícono de **punto nuevo** y posteriormente da click en cualquier punto de la función dibujada.

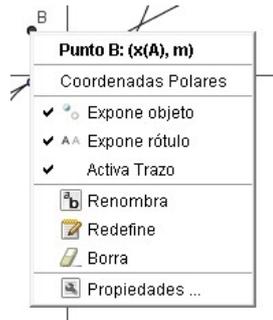


3. Presiona el ícono **recta perpendicular**, selecciona **tangentes**. Nuevamente, posíciónate en el punto de la función para determinar la tangente.



4. Ahora desplaza el punto hacia la dirección deseada.
5. ¿Qué le sucede a la tangente?
6. En el ícono entrada teclea  **$m=pendiente[a]$**

7. Repite la operación de arrastre y explica ¿Qué sucede con la pendiente?
8. Nuevamente en el ícono entrada escribe  $B=(x(A),m)$
9. Posiciónate en el punto **B** y presiona el botón del lado derecho del ratón, y selecciona **activa el trazo**, ahora realiza la misma operación de desplazar el punto **A**, explica ¿qué sucede con el punto **B**?



10. Ahora posiciónate en la función dando doble click y escribe una nueva.
11. Explica qué sucede y responde las mismas preguntas del ejercicio anterior.